

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

15. rujna 2016.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
|   |   |   |   |   |        |

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Pronađite neke dvije primitivne funkcije funkcije  $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$ .  
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite  $\int x \cdot 2^x dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-3}^3 (x+1)(x-2)(x+3)dx$ .  
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 - y}$  oko  $(x_0, y_0) = (2, 3)$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = 0.02$  i  $\Delta y = -0.05$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljom  $y = \sqrt{x+2}$ , pravcem  $y = -x - 2$  te  $y$ -osi. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xy' + 2x^3 = 7y \tan x \quad (b) \ln(xy) + 2y' = 4\sqrt{x}$$

$$(c) 3xy' - y^2 = 2x \cos x \quad (d) x - y'e^x = 3y.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

15. rujna 2016.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ukupno |
|---|---|---|---|---|--------|
|   |   |   |   |   |        |

1. Riješite integrale

(i)  $\int x \ln^2 x \, dx$ , (5 bodova)

(ii)  $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 3}}{x} \, dx$ . (5 bodova)



2. Zadan je dvostruki integral  $\int \int_S f(x, y) \, dx dy$ , pri čemu je područje integracije  $S$  omeđeno krivuljama  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$  te pravcem  $x = 1$ .

(i) Skicirajte područje integracije  $S$ . (2 bod)

(ii) Zapišite granice integracije u oba poretka. (3 boda)

(iii) Izračunajte gornji integral (u bilo kojem poretku) ako je

$$f(x, y) = \frac{e^x}{y^2}.$$

(5 bodova)

3. (i) Skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{y^2 - 2x}}{\ln(x^2 + y^2 - 1)}.$$

(5 bodova)

(ii) Koristeći linearnu aproksimaciju približno izračunajte

$$g(x, y) = e^x \sqrt{y(x+1)}$$

u točki (0.2, 3.96). (5 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' \ln x - \frac{y}{x} = 4 \ln^2 x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi  $y'(1) = -1$ . (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje homogene diferencijalne jednačbe

$$y'' - y' - 6y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje nehomogene diferencijalne jednačbe

$$y'' - y' - 6y = -5e^{3x}.$$

(5 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi  $y(0) = 3$  i  $y'(0) = -2$ . (3 boda)